Prof. Dr. Alfred Toth

Die Addition qualitativ differenter Objekte aus semiotischer Sicht

1. Bekanntlich ist die Gleichung

1 Apfel + 1 Birne = x

unlösbar, weil 2 qualitativ differente Objekte addiert werden sollen. Dasselbe gilt natürlich im Falle der Subtraktion

2 Äpfel + 2 Birnen – 1 Birne = x.

Streng genommen ist allerdings auch die Gleichung

1 Apfel + 1 Apfel = x

unlösbar, dann nämlich, wenn z.B. der eine Apfel ein Jonathan und der andere ein Gala ist.

2. Nicht nur die Arithmetik, sondern selbstverständlich die gesamte Mathematik kann nur mit Quantitäten rechnen. Was aber geschieht, wenn man die Qualität von einem Objekt abzieht? Ein Objekt ist ja nach Toth (2014a) definiert durch die Objektrelation

Ω = R(Materialität, Form, Funktion).

Z.B. unterscheiden sich Äpfel und Birnen in Materialität und Form, Äpfel und Kugeln in Materialität und Funktion, und Schokolade und Schokoladenpulver in Form und Funktion. Das sind also alles qualitative Subrelation der vollständigen Objektrelation, welche bei einer Reduktion auf die Quantität der Objekte eliminiert werden müssen. Interessanterweise hindert diese Qualitätsreduktion allerdings niemanden daran, qualitative Objekte dennoch zählen zu können. Jedes Kind kann z.B. sagen: In diesem Korb befinden sich 2 Äpfel, 1 Orange, 3 Birnen und 4 Zitronen. Das Problem beginnt also nicht mit dem Zählen bzw. Abzählen, sondern mit der Anwendung der Addition. Zusammen sind es nämlich 15 Früchte, und das Zeichen "Frucht" ist das Absorptionsprodukt von Apfel, Orange, Birnen und Zitrone. Das Problem liegt aber noch bedeutend tiefer.

2.1. Das Zählen von substanzdifferenten Objekten

Wie viele Pralinen sind in dem folgenden Bild sichtbar?

Da Substanzdifferenz per definitionem Qualitätsdifferenz ist, ist diese Frage mathematisch nicht beantwortbar, obwohl man die Pralinen zählen kann.

2.2. Das Zählen von formdifferenten Objekten

Wie viele Zitronen in dem folgenden Bild sichtbar?

Formdifferenz ist ebenfalls per definitionem Qualitätsdifferenz, also kann auch diese Frage mathematisch nicht beantwortet werden.

2.3. Das Zählen von funktionsdifferenten Objekten

Wieviele Waggons sind in dem folgenden Bild sichtbar?

Da mindestens einer der drei sichtbaren Waggons funktional von den anderen beiden geschieden ist, kann auch diese Frage mathematisch nicht beantwortet werden.

3. Nun steht allerdings außer Zweifel, daß auch das Abzählen eine Operation ist, d.h. die Zuordnung einer Zahl zu jedem Element einer Menge von Objekten, d.h. eine bijektive Funktion. Da das Abzählen qualitativ differenter Objekte möglich ist, obwohl mathematisch gesehen substanz-, form- und funktionsdifferente Objekte nicht addiert werden können, folgt, daß das Abzählen eine qualitative Operation ist, d.h. die bijektive Funktion ist eine Bezeichnung von Objekten durch Zahlen und somit nicht nur ein arithmetischer, sondern auch ein semiotischer Prozeß. Wenn wir diese Zahlen – um sie von den Zahlen der quantitativen Mathematik zu unterscheiden – "Abzahlen" nennen, so stellen wir fest, daß sie den Nummern verwandt sind, die ja ebenfalls sowohl arithmetisch als auch semiotisch fungieren, indem z.B. eine Hausnummer nicht nur kardinal und ordinal die Lage eines Hauses in einer Straße zählt, sondern das Haus auch semiotisch bezeichnet, und zwar wiederum in einer notwendigerweise bijektiven Funktion, da kein Haus zwei verschiedene Nummern tragen kann, es sei denn, es gehöre auch zwei verschiedenen Straßen an. Damit haben wir endlich (vgl. Toth 2014b) eine triadische Relation gefunden, durch welche die bislang unvermittelte Dichotomie von Zahlen und Nummern durch die "Abzahlen" vermittelt wird. Darin fungieren

also die quantitativen Zahlen der Mathematik als Mittelbezüge, da sie weder Bezeichnungs-, noch Bedeutungsfunktion aufweisen. Die Abzahlen fungieren als Objektbezüge, welche also die Zahlen als Mittelbezüge einschließen, die aber noch keine Konnexe bilden, wie dies Nummern tun, die ja – um beim Beispiel der Haus-Nummern zu bleiben – stets nur im Zusammenhang mit anderen numerierten Häusern sinnvoll sind. Nummern sind also vollständige semiotische Relationen, welche qua Mittelbezug die arithmetischen Zahlen, qua Objektbezug die Bezeichnungsfunktion und damit die Abzahlen und qua Interpretantenbezug die Konnexbildung der Bedeutungsfunktion enthalten.

Literatur

Toth, Alfred, Ontik, Präsemiotik und Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014a

Toth, Alfred, Elemente einer Theorie der Nummern. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014b

17.11.2014